

turale secondo lui presuppone la metafisica, la psicologia e la logica, presuppone stabilito inconcussamente il principio della finalità (*Zweckmässigkeit*) del creato. L'idea del diritto, cioè il fondamento e l'intimo scopo cui ha odovrebbe avere il diritto positivo, egli la cerca con metodo analitico nello studio appunto del diritto positivo; i fatti esterni, cioè le legislazioni, le istituzioni sociali, ecc., contengono le tracce di quell'idea e perciò ricavarla di qui riva a questa diritto: « Il di l'insieme di tu terminazioni d cade che il tut nismo (*Glieder* progressivame l'essenza del d morale e il d sima fonte, c etici.

Questo rapi lontani dal cr un'idea dell'c non possiamo studio dei cu Un filosofo te indicava come tanti che sien

TH. WAITZ. *An*
1° e 2° vol. —

Questo vas professore di studio dell'uo però non già mente specul base di fatti geografia, dal gia e dalla et

Il primo vo zioni sull'uni parte in due gra considera l'uma sta della storia i rispetto psicolo prima le influer della maniera di zioni che da q l'organismo, l'ai in ciò una prov della specie umana, passa a studiare le più rilevanti differenze anatomiche e fisiologiche che s'incontrano nelle diverse razze, e anche da queste considerazioni vede risultare una grande verosimiglianza, ma non però una sicura dimostrazione dell'unità di specie. La quale verosimiglianza si accresce ancora per

Vorlesungen über analytische Geometrie des Raumes, insbesondere über
Oberflächen Zweiter Ordnung, von Otto Hesse, ordentl. Professor an der Universität zu Heidelberg, Leipzig,
B.G. Teubner, 1861, Rivista italiana di Scienze, Lettere ed Arti, con le Effemeridi della pubblica istruzione, III,
73 (10/2/1862), pp. 1197-1199*

Il filosofo è di modo egli ar dell'idea del tutto morale, universali de er le quali ac e il suo orga o conservare e narsi. » Perciò nella sfera del a dalla mede niano i doveri no siamo ben ficiente a dare ciata e però mandarla allo este discipline. to grido ce la ori più impor nostri tempi.

TH. WAITZ. *An*
1° e 2° vol. —

del dottissimo si fonda sullo ato di natura e processo pura sulla più larga storia, dalla a, dalla fisiologia, dalla et ne le investiga cie umana e si ni, di cui l'una il punto di vi l'altra sotto ileterminate in ima, del cibo, le trasforma se può subire a riconoscendo l'unità dell'unità della specie umana, passa a studiare le più rilevanti differenze anatomiche e fisiologiche che s'incontrano nelle diverse razze, e anche da queste considerazioni vede risultare una grande verosimiglianza, ma non però una sicura dimostrazione dell'unità di specie. La quale verosimiglianza si accresce ancora per

le riflessioni cavate dalla mistura delle varie razze.

L'altra sezione stabilisce sopra una ricca base di osservazioni il risultato che « non vi sono differenze specifiche fra le varie razze umane rispetto alla vita spirituale. »

Nel secondo volume il prof. Waitz prende in ispeciale considerazione le popolazioni negre dell'Africa e le loro affini, esaminandone la diffusione, il benessere materiale, il lavoro, l'abitazione, l'arte di costruzione, le relazioni famigliari, la costituzione politica, le guerre, le religioni, i pregiudizi, il temperamento, il carattere, lo sviluppo intellettuale, lo stato di schiavitù e finalmente la collocazione nel gran tutto dell'umanità. Donde egli ricava la conseguenza che, sebbene il negro è l'uomo che presenta maggior somiglianza esteriore colle scimie, esso è tuttavia spiritualmente e corporalmente eguale al caucaseo e non forma una specie diversa.

L'erudizione stragrande, gli studi speciali, profondi e faticosi che l'autore ha dovuto fare per comporre il suo libro, la circospezione quasi eccessiva con cui procede nel cavare dai fatti le conseguenze, l'aver considerato il suo tema sotto tutti gli aspetti, l'importanza del tema stesso e della soluzione ch'egli ne ha dato, le profonde vedute psicologiche (1), che servono di fondamento a tutto l'edifizio, e l'immensa ricchezza dei materiali costituiscono una somma di pregi, che niuno può non istimare altamente e che raccomandano vivamente l'opera anche ai lettori italiani. Quanto sarebbe bene che un tal libro venisse da abile penna voltato nella lingua nostra!

F. BONATELLI.

Vorlesungen über analytische Geometrie des Raumes, insbesondere über Oberflächen Zweiter Ordnung, von Dr Otto Hesse, ordentl. Professor an der Universität zu Heidelberg. — Leipzig, B. G. Teubner, 1861.

Il signor Hesse, sì noto ai matematici pe' suoi lavori analitici coi quali ha potentemente coooperato al progresso della teoria de' determinanti e di quelle dell'eliminazione algebrica, delle superficie

(1) Il professore Waitz è uno dei più valenti cultori della psicologia; seguace delle dottrine di Herbart quanto al fondo, egli le ha ampliate e perfezionate, appoggiandole per intero sulla base dell'osservazione. Per lui la psicologia è il fondamento d'ogni cognizione e quindi d'ogni filosofia.

Vedi un rendiconto assai ben fatto ed esteso dell'opera da noi annunciata nella *Zeit, f. Völkerpsychologie*, vol. 1° fasc. V, e vol. 2° fasc. I.

di 2° ordine, delle curve piane di 3° e 4° ordine, ecc., ha ora pubblicato un libro, il quale, a quanto dice l'autore, deve la propria origine alle lezioni che questi ha fatte nelle università di Königsberg, di Halle e di Heidelberg. Questo libro di geometria analitica, nel quale sono specialmente studiate le superficie di 2° ordine, rappresenta nel modo più degno lo stato attuale della scienza. L'autore fa uso dei metodi più perfetti che oggidì si posseggano, svolge i suoi calcoli con elegante simmetria, e con facilità sorprendente dimostra i più belli ed importanti teoremi relativi all'argomento. I quali metodi e teoremi, m'affretto a dirlo, sono in buona parte dovuti allo stesso signor Hesse, che già da parecchi anni ne arricchì la scienza, come è attestato dai volumi del giornale matematico di Berlino, in cui egli ha inserito le sue memorie. Pochi libri ci hanno ispirato quella viva gioia che abbiamo sentita nel leggere queste elegantissime pagine; e crediamo fermamente che il nostro entusiasmo sarà diviso da qualunque abbia la fortuna di studiare il libro del signor Hesse.

Non ci è possibile di offrire, coll'inabile nostra parola, un'immagine abbastanza esatta de' singolari pregi di quest'opera. Ci limiteremo a indicare per sommi capi le materie svolte ne' vari capitoli, che l'autore chiama lezioni (*Vorlesungen*).

Dopo i preliminari esposti nelle prime due lezioni, la 3ª comprende le più essenziali proprietà armoniche ed involutorie di un sistema di piani: proprietà, che l'autore trasporta ai circoli massimi di una sfera. Queste proprietà sono dimostrate con quel metodo sì semplice, già usato da Plücker e da altri, che consiste nel rappresentare il primo membro dell'equazione di un piano (il secondo essendo zero) con una sola lettera e nel combinare le equazioni analoghe di più piani fra loro, per via di somma o sottrazione. Collo stesso metodo simbolico sono dimostrati nella 4ª lezione parecchi eleganti teoremi relativi alle figure sferiche e nominatamente all'esagono di Pascal.

In quelle quattro lezioni l'autore non fa uso che delle ordinarie coordinate cartesiane ortogonali. Nella 5ª lezione sono introdotte le coordinate planari o tangenziali, già inventate da Chasles e da Plücker. In questo sistema di geometria analitica, che può dedursi da quello di Cartesio mediante il principio di dualità, un piano è individuato da tre coor-

dinate (i valori reciproci negativi dei segmenti determinati dal piano sugli assi); mentre una equazione fra le coordinate rappresenta l'involuppo di tutti i piani, le coordinate de' quali soddisfanno a quella equazione. Se l'equazione è lineare, l'involuppo riducesi ad un punto.

Col mezzo di queste coordinate l'autore sviluppa, rispetto ad un sistema di punti nello spazio, le proprietà analoghe a quelle precedentemente esposte per un sistema di piani.

Nella 6ª lezione introduce le coordinate omogenee, ossia quattro coordinate per rappresentare sì un punto che un piano, onde l'equazione di un luogo o di un involuppo, con tali coordinate, riesce omogenea. I rapporti di tre coordinate alla quarta danno le coordinate ordinarie. Il signor Hesse, co' suoi scritti, ha molto contribuito a divulgare e rendere popolari queste coordinate omogenee, che alcuni tenaci del passato guardano con sospettoso disprezzo, e che pur giovano cotanto alla simmetria ed alla facilità del calcolo. Nelle successive lezioni, l'autore fa uso quasi esclusivamente di coordinate omogenee per rappresentare, siano i punti, siano i piani.

Affinchè i giovani suoi uditori o lettori non fossero costretti a cercare altrove quelle teorie sulle quali egli fonda i suoi metodi, l'autore ha consacrato la 7ª lezione all'esposizione de' principali teoremi relativi ai determinanti, e l'8ª alle funzioni omogenee.

Nelle lezioni successive s'incontrano le fondamentali proprietà delle superficie di 2º ordine, le relazioni fra le coordinate di un polo e quelle del piano polare, la doppia rappresentazione di una superficie di 2º ordine come luogo di punti e come involuppo di piani, il principio di reciprocità (teoria delle polari reciproche di Poncelet), ecc. La superficie di 2º ordine, considerata come luogo di punti, comprende in sè il cono quale caso particolare (14ª lezione). All'incontro, le così dette sezioni coniche sono un caso speciale della superficie di 2º ordine riguardata come involuppo di piani (ossia, della superficie di 2ª classe). Perciò, se si fa uso delle coordinate di punti, basta un'equazione per rappresentare un cono e son necessarie due per una conica; invece, nel sistema delle coordinate planari, la conica è rappresentata da una sola equazione ed il cono da due (15ª lezione).

Le lezioni 16ª e 17ª (come anche la 22ª) sono tra le più belle in questo libro che è tutto bello da capo a fondo. Vi si

considerano i tetraedri polari relativi ad una o a due o a più superficie di 2º ordine; il lettore troverà qui dimostrati con ammirabile e luminosa spontaneità quei molti teoremi che già furono trovati dall'autore e pubblicati nel giornale di Crelle.

La ricerca del tetraedro polare comune a due superficie di 2º ordine conduce, come risulta anche dal *System der Geometrie des Raumes* di Plücker, alla riduzione delle equazioni di queste superficie ai soli termini quadrati, mediante un solo sistema di sostituzioni lineari. Questo importante problema analitico, che già fu scopo alle ricerche di Jacobi, di Cayley e di Weierstrass, è trattato dal signor Hesse con evidente predilezione. La lezione 18ª è consacrata alla trasformazione delle funzioni omogenee di un numero qualunque di variabili, ed inverso: dapprima sono sviluppate le relazioni che sussistono fra i coefficienti delle sostituzioni lineari, in generale; poi seguono le proprietà di quelle sostituzioni lineari che riducono una funzione omogenea di 2º grado a contenere i soli quadrati; e da ultimo si determinano le sostituzioni lineari che trasformano, simultaneamente due date funzioni quadratiche in altre due prive de' termini rettangoli. Questo studio analitico basta da se solo a mostrare che il signor Hesse è fra i più insigni discepoli e continuatori di Jacobi.

La lezione 19ª tratta del problema generale della trasformazione delle coordinate tetraedriche, cioè delle coordinate, per le quali un punto o un piano è riferito ad un tetraedro fondamentale. Come caso particolare, se una faccia del tetraedro va a distanza infinita, si hanno le formole per passare da una ad un'altra terna di assi coordinati, siano essi rettangoli od obliqui.

Il tetraedro polare comune ad una data superficie di 2º ordine qualsivoglia e ad una arbitraria superficie sferica, concentrica alla prima, ha una faccia all'infinito e le altre tre ortogonali fra loro; onde la ricerca di quel tetraedro conduce agli assi principali della superficie data. Questa ricerca, con l'analoga relativa alle coniche, è eseguita in due diverse maniere nelle lezioni 20ª, 21ª e 22ª. La seconda maniera è soprattutto notevole perchè somministra le coordinate ellittiche, ed è mirabile che l'autore deduca le formole differenziali per le coordinate ellittiche dalle equazioni in termini finiti fra le coordinate ordinarie, con semplice scambio di lettere.

Qui si incontrano i più essenziali teoremi relativi al triplice sistema di superficie confocali, ed inoltre le formole per la rettificazione delle curve descritte sopra una superficie di 2º ordine, non che per la quadratura di questa e la cubatura degli spazi da essa determinati. Come caso particolare delle coordinate ellittiche, l'autore considera le sfero-ellittiche, le quali hanno luogo quando il triplo sistema di superficie ortogonali consta di sfere e di coni.

Interessantissima è pur la 23ª lezione che ha per oggetto le linee brevissime o geodetiche descritte sull'ellissoide. Nella lezione successiva si considerano le curve focali di una data superficie di 2º ordine come quelle coniche che fanno parte del sistema di superficie confocali alla data; in seguito si dimostra che quelle curve sono anche il luogo dei vertici de' coni rotondi circoscritti alla superficie medesima.

La lezione 25ª contiene alcune proprietà metriche che emergono dalla interpretazione geometrica dell'equazione di 3º grado relativa agli assi principali di una superficie di 2º ordine.

Nella 26ª lezione si stabiliscono le condizioni necessarie perchè una data equazione di 2º grado fra le coordinate rappresenti una superficie di rotazione. Tali condizioni, com'è noto, sono due: mentre, in generale, la condizione dell'eguaglianza di due radici in un'equazione algebrica è unica. Di qui un'apparente paradosso, che l'autore scioglie mostrando, come aveva fatto Kummer, che il discriminante dell'equazione cubica fra gli assi principali d'una superficie di 2º ordine è la somma di sette quadrati.

La lezione 27ª contiene la determinazione degli assi principali della sezione fatta da un piano in una superficie di 2º ordine e la ricerca, in due modi diversi, delle sezioni circolari della superficie medesima.

Finalmente, le ultime tre lezioni trattano de' raggi di curvatura delle sezioni piane, normali ed oblique, delle superficie in generale e delle loro linee di curvatura.

Concludendo, il libro del signor Hesse è un prezioso dono fatto ai cultori della geometria; esso fa nascere nel lettore un solo ma vivo desiderio, ed è che l'illustre geometra pubblichi presto un libro simile per le altre teorie, come quelle delle curve piane di 3º e di 4º ordine, in cui egli ha già fatto sì mirabili scoperte.

Felice la gioventù alemanna che è

educata nelle matematiche da tali professori! E felici ancor i giovani italiani se fra noi si saprà trar profitto dallo splendido lavoro del signor Hesse!

LUIGI CREMONA
Prof. nell'università di Bologna.

ISTITUTI DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO. — Nell'adunanza tenuta il dì 2 gennaio 1862 la classe di scienze morali, storiche e filologiche ha eletto a suo socio ordinario e residente il signor teologo cavaliere Giuseppe Ghirghello, professore di sacra scrittura nella regia università di Torino, ed a suoi soci nazionali non residenti il signor cavaliere Michele Amari, senatore del Regno, professore di lingua e di letteratura araba in Firenze, e monsignor Celestino Cavedoni, bibliotecario e direttore del museo numismatico di Modena. Il ministro dell'istruzione pubblica ha con sua pregiata lettera in data del 22 del corrente notificato al presidente dell'accademia che S. M. in udienza del 13 di gennaio si è degnata approvare le elezioni fatte dalla classe storico-filologica.

Adunanza del 23 di gennaio 1862. — La critica s'è fatta in questi ultimi anni arbitra suprema della scienza storica. Non contenta d'investigare, di coordinare le cose e i fatti, s'è posta a trasformar la storia, a esporre secondo un sistema le tradizioni antiche. Quest'uso prevalse in Germania. Secondo le nuove idee una gran parte dei fatti che la storia ha registrato, non sono cose reali, ma leggende, simboli e miti sotto cui si nasconde una idea; la quale conveni porre, spoglia delle veste mitica, in luogo del fatto che l'adombra. Le idee adunque sostituite ai fatti. Ma da tale metodo, ove ei venisse radicarsi, nascerebbe un intero sovvertimento degli studi storici. Pure dirò che fanno opera utile alla storia coloro che s'adoprono a rintracciare a chiarire le cose e i fatti antichi, senza trasformarli. Così il professore Carlo Promis nelle sue letture sulle antichità d'Aosta, cercò col mezzo dell'archeologia e dell'architettonica di stabilire e determinare i fatti da lui esposti. Nella sua ultima lettura ragionò dello stato in cui trovassi la porta Pretoria d'Aosta, dei guasti che essa ebbe a patire nei secoli barbari, della sua mirabile mole e della ragione difensiva che presiedeva ad ogni sua singola parte. Edificata ne' più bei tempi dell'impero ella supera per molti pregi le altre posteriori d'età, e rimane qual singolar documento della storia della romana architettura militare. Quegli avanzi vennero dal professore Promis esposti in due tavole di disegni rappresentanti lo stato presente della Porta, in una delle quali n'è effigiato il risturo.

— Nell'adunanza tenuta dalla classe di scienze fisiche e matematiche il giorno 5 dello scorso mese di gennaio il segretario ha comu-

nicato una nota manoscritta rassegnata all'accademia dal signor cavaliere Gaetano Bonelli, già direttore generale dei telegrafi sardi, nella quale l'autore l'informa d'aver trovato il mezzo di spingere un dato peso e fargli percorrere qualsiasi distanza con grandissima velocità mediante l'azione diretta dell'elettricità. Egli descrive in questa nota i mezzi meccanici mercè cui esegui i suoi esperimenti, e rende conto del risultamento ottenuto dai medesimi, il quale sarebbe il trasporto di un peso eguale a quello di un pacco di 100 lettere, collocato entro apposito piccolo carro, per tutta la lunghezza della ferrovia (4 metri) a tal fine costrutta.

Il socio cavaliere Defilippi ha poscia letto una sua nota sul *Triton alpestris*.

Questa specie, disse l'autore, si trova abbondantissima in un piccolo stagno presso Andermatten (valle Formazza), ed ivi prolunga la sua vita di Larva non solo fino a raggiungere le dimensioni normali, ma ben anco, in eccezione ad una legge zoologica, fino a presentare gli organi della riproduzione perfettamente sviluppati prima che sieno scomparse le branchie, ed a congiungere così caratteri di larva e caratteri di animale perfetto ad un tempo.

La totale metamorfosi di tale specie di tritone compiesi rapidamente in autunno e gli individui abranchi, passato l'inverno in letargo, attendono in primavera all'opera della procreazione, finita la quale, non veggonsi più. Il professore Defilippi chiude la sua nota con alcune applicazioni dell'esposto fatto alla teoria di Darwin relativa alla trasmutazione delle specie.

In fine il socio commendatore Quintino Sella ha letto gli ultimi due capitoli di una sua memoria che ora intitola: *Studi sulla mineralogia italiana*.

— Nell'adunanza tenuta dalla suddetta classe il giorno 19 dello scorso mese di gennaio, dopo la presentazione fatta dal segretario di due memorie manoscritte, l'una del socio nazionale non residente cavaliere professore De Notaris, col titolo: *Osservazioni su alcune specie di aere italiane*, l'altra del signor Giuseppe Seguenza, professore reggente di storia naturale nel regio liceo di Messina, intitolata: *Disquisizioni paleontologiche intorno ai Corallarii fossili delle rocce terziarie del distretto di Messina*, l'accademico commendatore Quintino Sella ha letto una nota indirittagli dall'ingegnere delle miniere signor Costantino Perazzi, *Sul concentramento della Calcopirite nel giacimento di Pirotina nichelifera di Miggiandone e sulla paragenesi dei minerali cristallizzati che vi si trovano*.

REALE ACCADEMIA DI MEDICINA DI TORINO. — Presidenza del cavaliere professore Demaria.

Nella tornata del 10 scorso gennaio. Il professore Timermans, che già altre volte con iscritti dall'accademia apprezzati riferiva favorevolmente intorno agli studi di medicina pratica del commendatore professore Belli, di Firenze, dava una ragguagliata notizia del

4° e 5° volume di questa interessantissima opera, la cui pubblicazione verge al suo termine.

Encomiando del pari il concetto che il dettato del lavoro, il quale, come utile archivio di cose medico-legali, non ha l'eguale in Italia, e forse nemmeno all'estero, il relatore, per debito di concisione e di brevità, spogliava qua e colà gli argomenti che gli parvero di maggiore interesse per l'accademia o dal lato scientifico.

REGIO ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI. — Nella tornata del 23 gennaio corrente, il dottor Maestri, socio corrispondente, fece leggere una sua memoria *Intorno agli istituti di credito in Francia*.

Il professore Frisiani espose le sue idee sull'azione che l'atmosfera terrestre esercita sull'ago magnetico, per effetto dell'azione paramagnetica dell'ossigeno che entra nella sua composizione.

Annunziato come stia pubblicando alcuni capitoli *Sulla libertà nello studio e nell'insegnamento e sui professori pubblici e privati di medicina*, il professore Gianelli dichiarò essere stato tratto dall'argomento a versare *Sulle ragioni speciali di promuovere nell'interesse della scienza e dell'economia dello Stato, ed in base all'articolo 51 della legge 15 novembre 1859, la istituzione a Milano di una scuola pratica e di perfezionamento in medicina*.

NOTIZIE VARIE

MINISTERO DELLA ISTRUZIONE PUBBLICA. — Offriamo ai nostri lettori fra gli atti del Governo il progetto di legge sulle scuole normali superiori presentato dal ministro De Sanctis al Senato del Regno. Questo progetto di legge è già stato esaminato da una Commissione, di cui fanno parte i senatori Linati, Casati, Matteucci e Jacquemoud. Il senatore Matteucci fu eletto relatore.

Fu diramata un'importante circolare sugli esercizi ginnastici. La daremo nel prossimo numero.

GL'ISTITUTI TECNICI. — Nella settimana scorsa ebbero luogo come è noto, le interpellanze sul trasferimento degli istituti tecnici al ministero di agricoltura e commercio. Il deputato Coppino pronunciò un discorso assai bello col quale tolse a provare che il decreto di trasferimento era illegale e che con esso modificavasi troppo sostanzialmente il piano generale degli studi stabilito dalla legge. Casati. Il deputato Quintino Sella, combatteva le conclusioni del professore Coppino, sostenendo il valore costituzionale del decreto e provando con argomenti rinvigoriti dalla sua esperienza e autorità che gl'istituti tecnici non possono essere fruttuosi se non sono diretti ai bisogni speciali dell'industria e del commercio, se non diventano insomma scuole pratiche in