

E. Bertini, *Della vita e delle opere di Luigi Cremona*, in *Opere matematiche* di Luigi Cremona, Milano 1917, t. III pp. V-XXII

DELLA VITA E DELLE OPERE DI L. CREMONA. *)

Un grande matematico, un uomo superiore per mente e per animo, LUIGI CREMONA è morto in Roma il 10 giugno 1903, di malattia cardiaca, che da più di un anno ne insidiava la salute e la vita.

A lui e ad altri eminenti matematici, BATTAGLINI, BELTRAMI, BETTI, BRIOSCHI, CASORATI, ora pur troppo tutti scomparsi, deve l'Italia il risveglio e i notevoli progressi degli studi matematici, che si verificarono nella seconda metà del secolo scorso fra le agitazioni e le lotte del risorgimento nazionale: ma spetta in ispecial modo al CREMONA il merito della nuova vita a cui furono richiamati in Italia gli studi di Geometria pura, e del rapido sviluppo che questi vi ebbero nella via aperta da PONCELET, MÖBIUS, STEINER, CHASLES, PLÜCKER, STAUDT,... I geometri italiani che seguirono questa via, anche se non assistettero alle lezioni di CREMONA, anche quando la sua produzione scientifica si arrestò, lui chiamarono Maestro, perchè sentivano di appartenere alla sua Scuola, di derivare dai suoi alti insegnamenti e dalle sue opere immortali. E gli scienziati stranieri pure lo riconobbero ed ammirarono come Maestro, ed insieme come uno dei principali fattori del mirabile incremento dei metodi geometrici negli ultimi cinquant'anni **).

LUIGI CREMONA nacque il 7 dicembre 1830 a Pavia, primo di quattro figli (l'ultimo dei quali, TRANQUILLO, fu rinomato pittore) che GAUDENZIO, impiegato comunale, discendente da una distinta famiglia di Novara venuta in strettezze finanziarie, ebbe, in

*) Questo articolo, già pubblicato in inglese nei *Proceedings of the London mathematical Society* (Series 2, vol. I (1904)) e poi in italiano nel *Giornale di Matematiche* (Vol. XLII (1904)), è riprodotto qui con variazioni ed aggiunte.

***) R. STURM, nell'introduzione al *Nachruf*, portante il titolo LUIGI CREMONA (*Archiv der Mathematik und Physik*, III Reihe, VIII Band (1904)), scrive: « Ich habe das Erscheinen der Mehrzahl der CREMONAschen Schriften mit erlebt und erinnere mich der Wirkung, die sie hatten, und wie viel ich selbst aus ihnen gelernt habe; jetzt, wo ich sie von neuem und im Zusammenhang studiert habe, kam es mir deutlicher als bisher zum Bewusstsein, in wie umfangreicher Weise mein Denken CREMONAsches Denken gewesen ist und ich mich seinen Schüler nennen kann ».

secondo matrimonio, da TERESA ANDREOLI. Perduto il padre a 12 anni, egli potè tuttavia seguire gli studî nella città natale, grazie alle cure della madre, all'assistenza di un fratello di altra madre, l'avv. GIUSEPPE e agli ottimi risultati da lui conseguiti. Nacque a quest'epoca, specialmente per il soggiorno che egli faceva nelle vacanze a Gropello presso la sorella (pure d'altra madre) GIOVANNA MAGENTA, quell'affettuosa intimità colla famiglia CAIROLI, in particolare con BENEDETTO, la quale ebbe forse in qualche circostanza influenza non lieve.

Nel 1848 interruppe gli studî per partecipare come volontario alla guerra dell'indipendenza. Nell'abbandonare le scuole e la madre egli scriveva di farlo « senza rimorso, perchè avrebbe creduto di mancare ai dettami della più santa delle religioni, e di commettere un atto di viltà e inettitudine ricusando di dare il sangue per la patria » *). Militò per 18 mesi e fu ai principali combattimenti dell'eroica difesa di Venezia, distinguendosi

M. NOETHER comincia il *Nachruf*, pure col titolo LUIGI CREMONA (*Mathematische Annalen*, LIX Band (1904)), così: « Auf LUIGI CREMONA, dessen Hinscheiden wir im Sommer des vorigen Jahres zu beklagen hatten, geht nicht nur die in kräftiger Blüte stehende geometrische Schule Italiens zurück, vielmehr erkennen die Geometer aller Länder, nicht zum wenigsten die deutschen, ihn als einen ihrer geistigen Lehrer an. Es gibt kein zusammenfassendes rein-geometrisches Werk, das einen weiteren und tieferen Einfluss auf die Ausbildung und Handhabung der geometrischen Methoden ausgeübt hätte, als CREMONA'S Schriften über die ebenen Kurven und die Flächen — nur vergleichbar dem Einfluss der SALMON'Schen Kompendien auf die algebraisch-geometrische Entwicklung ».

Ed F. LINDEMANN nelle *Parole pronunciate a nome della Accademia delle Scienze di Monaco (Bariera)* (Onoranza al Prof. LUIGI CREMONA, Roma, 1909, Tipografia Nazionale) afferma « ... als Forscher, als Mathematiker gehört CREMONA allen Nationen an, die im vergangenen Jahrhundert mitgearbeitet haben an den Fortschritten der Civilisation, mitgewirkt haben zu der glänzenden Entwicklung der mathematischen Wissenschaften die Werke CREMONA'S über algebraische Curven und über graphische Statik dürften nirgends besser bekannt und mehr studiert sein als in Deutschland ».

Debbono essere altresì ricordate le recensioni fatte da G. DARBOUX dei due volumi già pubblicati (*Bulletin des Sciences Mathématiques*, 2.^{me} série, tome XXXIX (1915), pag. 113 e 137) nelle quali l'opera scientifica di CREMONA è messa in piena luce. In particolare nella recensione relativa al 2.^o volume si legge: « En relisant les Mémoires qui le composent, nous nous sommes reportés aux temps de notre jeunesse où CHASLES, CAYLEY, CLEBSCH, CREMONA et bien d'autres poursuivaient d'un commun accord ces études géométriques que l'on néglige si complètement aujourd'hui et que l'on a bien tort de négliger. La part de CREMONA a été grande, et l'on retrouvera ici grand nombre d'écrits où il a énoncé et démontré, par les méthodes les plus simples, les propositions les plus dignes d'intérêt ».

*) VERONESE, *Commemorazione del socio LUIGI CREMONA* (Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, serie 5.^a, vol. XII (1903))

per disciplina e coraggio, si da essere proposto a « modello di virtù militari e civili » *).

Al ritorno in patria, nel 1849, ebbe il grande dolore di non trovarvi più la diletta madre morta da qualche mese, e fu tratto quasi in fin di vita da un gravissimo tifo, di cui aveva portato il germe dalla guerra. Forte nell'avversità e tenace nel lavoro, egli terminò nello stesso anno 1849 le scuole classiche e poscia entrò nella Università di Pavia, ove ebbe a maestri BORDONI e BRIOSCHI ed ove conseguì, con lode, nel 1853, la laurea di ingegnere civile ed architetto **).

A Pavia fece conoscenza di BELTRAMI e CASORATI, venuti all'Università alcuni anni dopo di lui, e rimase fino al 1856, prima come privato ripetitore di Matematica, poi, fatto il necessario anno di prova nel Ginnasio, come professore supplente nel Ginnasio stesso: ed a Pavia fece le due prime pubblicazioni [1, 2] ***) ispirate rispettivamente a lavori dei suoi due Maestri. Fu poscia nominato professore ordinario nel Ginnasio di Cremona e vi rimase per più di due anni. Qui, continuando con instancabile alacrità negli studi geometrici già avviati, pubblicò intorno ad essi le prime ricerche e pose le basi del suo avvenire †)

Nel 1859 passò ad insegnare nel liceo S. Alessandro (oggi Beccaria) di Milano e nel 1860 fu chiamato alla cattedra di Geometria superiore nella Università di Bologna, ove ebbe inoltre l'insegnamento della Geometria descrittiva, ed anche per alcuni mesi quello di Geometria analitica, e per un anno (1864-65) quello di Meccanica razionale. Trasferitosi a Milano nel 1866, vi insegnò la Statica grafica nel Politecnico e la Geometria superiore nella Scuola Normale, che BRIOSCHI aveva annesso al Politecnico stesso coll'intendimento di formare professori per gli istituti tecnici.

*) VERONESE, l. c.

***) LORIA, *Luigi Cremona et son oeuvre mathématique* (Bibliotheca Mathematica, III Folge, Band V (1904)).

BERZOLARI, *Della vita e delle opere di Luigi Cremona* (Rendiconti del R. Istituto lombardo, serie II, vol. XXXIX (1906)).

***) I numeri fra parentesi quadre sono i numeri d'ordine dei lavori pubblicati in queste Opere. Il tomo I finisce col n. 31 e il tomo II col n. 78.

†) CREMONA prese in moglie nel 1854 la signora ELISA FERRARI uscita da una famiglia di patrioti (Cfr. nella *Nuova Antologia, Rivista di Scienze, Lettere ed Arti*, seconda serie, vol. XLII (1883), pag. 767, una bella lettera indirizzata da Mazzini nel 1853 per la morte di un suo amato fratello, che era stato a Venezia compagno d'armi di CREMONA). Ne ebbe tre figli, la signora ELENA C.ª PEROZZI, l'Ing. VITTORIO e la signora ITALA COZZOLINO. La morte della moglie, ottima signora e ottima madre, avvenuta nel 1882, fu cagione di grande afflizione al CREMONA, il quale ebbe a scrivere agli amici, che a lei doveva i migliori consigli ed incoraggiamenti, a lei, che gli aveva procurato quiete e serenità d'animo prendendo sopra di sé tutte quante le cure della casa e della educazione dei figli, egli doveva i suoi studi e la sua carriera. Nel 1887 sposò in seconde nozze la colta e distinta signora ANNA MANER-MÜLLER, la quale gli fu gentile e affettuosa compagna fino agli ultimi istanti.

Nel 1873 accolse l'invito di recarsi a Roma come Direttore della Scuola degli Ingegneri, che egli ricostituì ed ordinò con singolare perfezione; continuando nell'insegnamento di Statica grafica e nelle lezioni di Geometria superiore. Queste fece, per alcuni anni, nel Corso normale che, a somiglianza di quello di Milano, aveva aggiunto a detta Scuola; indi, cessato questo Corso, come insegnante di Matematiche superiori nella Facoltà di Scienze dell'Università, cattedra che egli, nel pensiero di rimettersi alle sue amate ricerche, assunse nel 1877, abbandonando la cattedra di Statica, e che tenne, insieme alla Direzione della Scuola, fino al termine di sua vita *).

Difficile è raccogliere in brevi linee la grande opera scientifica del CREMONA. I primi passi che egli mosse nella Geometria moderna non provennero già da qualche impulso ricevuto in lezioni universitarie, chè quell'insegnamento, accolto con onore e successo in Francia e in Germania, non aveva allora alcuna vitalità nelle Università italiane, ove pur rifulgevano per altri rami alcuni nomi insigni: ma provennero dall'azione generosa di un illustre analista, il BRIOSCHI, il quale, seguendo il rapido moto delle Matematiche nelle loro varie manifestazioni, vi indirizzò alcuni dei suoi eletti discepoli, porgendo loro consigli, libri, aiuti. Ciò è confermato dallo stesso CREMONA, che, nella sua elevata *Prolosure* al Corso di Geometria superiore nella Università di Bologna [25], rende al BRIOSCHI pubblica testimonianza di gratitudine **).

I principali lavori che rivelarono la potenza geometrica di CREMONA e lo indicarono per una delle cattedre di Geometria superiore istituite in Italia nel 1860 (un'altra, a Napoli, essendo stata pure degnamente affidata al BATTAGLINI) sono quelli sulla cubica gobba [9, 10], della quale varie proprietà metriche e proiettive, ed il sistema nullo relativo ad essa sono dedotti mediante la rappresentazione parametrica, che soltanto più tardi CREMONA seppe essere dovuta a MÖBIUS; ed i lavori sulle quadriche inscritte in

*) Per maggiori particolari, anche rispetto ai lavori Cremoniani di cui si parla in appresso, vedansi le commemorazioni precedentemente citate. Vedasi altresì il « Discorso commemorativo » di ENRIQUES (Rendiconto delle Sessioni della R. Accademia delle Scienze di Bologna, 1903-1904).

**) Ciò è pure confermato dalle affettuose dichiarazioni fatte dal CREMONA in una sua lettera scritta in occasione delle feste commemorative del 25.^o anniversario (1878) della fondazione del Politecnico di Milano. Ivi, fra altre cose, si legge: « Non esagero affermando che il BRIOSCHI mi comunicò il sacro fuoco ond'egli stesso ardeva e mi dischiuse per primo gli infiniti orizzonti dell'alta matematica.....Gli anni che passai con BRIOSCHI, come scolaro e poi come collega nell'insegnamento, sono gran parte della mia vita; nei primi imparai ad amare la scienza, negli altri poi a trasfonderla in un grande cerchio di uditori. La memoria degli uni e degli altri è un vincolo di affetto, di ammirazione e di gratitudine che mi unisce a BRIOSCHI. » Cfr. anche l'epigrafe dedicatoria dell'« Introduzione » e la lettera scritta da CASORATI e CREMONA alla figlia del BRIOSCHI per le sue nozze (Queste Opere, t. I, pag. 315 e t. III, pag. 495.)

una sviluppabile di 4.^a classe e sulle coniche inscritte in una sviluppabile di 3.^a classe [11, 12], contenenti molti teoremi metrici, particolarmente sulla specie di dette quadriche e coniche.

Così in questi come nei lavori successivi sulle quadriche omofocali, sulle coniche e quadriche congiunte [19, 20], il metodo di dimostrazione è fondato sulla Geometria analitica, che CREMONA applica con sagace ingegnosità, giovandosi abilmente dei perfezionamenti che allora vi erano stati introdotti, in particolare facendo proficuo uso delle coordinate tangenziali. E sono pure ottenute d'ordinario coll'applicazione dell'Analisi algebrica alla Geometria le varie soluzioni di esercizi, uscite durante lo stesso periodo (1857-60) nei *Nouvelles Annales de Mathématiques*: nelle quali soluzioni c'è inoltre da rilevare che talvolta le questioni proposte sono generalizzate e collegate alle nascenti teorie geometriche. Ciò può dirsi specialmente del lavoro [17], notevole non solo perchè vi sono esposte le prime cose del metodo di GRASSMANN e su esse sono innestate le soluzioni dei due problemi ivi considerati, ma anche perchè vi è affermata la grande importanza di quel metodo, riconosciuta nella stessa Germania soltanto alcuni anni dopo.

CREMONA aveva già mostrato in quei suoi primi lavori la forza, l'eleganza e l'accuratezza della sua mente, ma non aveva ancora trovata la sua via, nè abbracciato per intero il campo dell'indagine geometrica del suo tempo. Nei lavori stessi le sue ricerche sono in gran parte ispirate alle opere di CHASLES, delle quali dimostrano o completano o accrescono vari risultati. Nel 1860, salendo alla cattedra di Bologna, chiedeva consiglio a CHASLES e gli scriveva: «La mia debolezza proviene soprattutto dalla mia educazione esclusivamente algebrica, e se i miei occhi si sono aperti al sole della geometria pura, io devo tutta la mia riconoscenza a Voi: è il vostro Aperçu, è il vostro trattato di Geometria superiore che io benedirò sempre!» *). La prevalente influenza della Scuola francese e specie di quell'insigne geometra sulla prima produzione scientifica del CREMONA, se già non risultasse dalle sue stesse dichiarazioni, sarebbe evidente per molteplici segni. Caratteristica, ad es., è la recensione dei *Beiträge zur Geometrie der Lage* di STAUDT [8], nella quale, pur lodando l'opera egregia, si lamenta con frasi incisive il divorzio delle proprietà descrittive dalle metriche e si ricorda che CHASLES aveva rimproverata la medesima esclusività, sebbene non tanto esagerata, alla celebre Scuola di Monge! **).

Però, grazie ad insuperabili energia e costanza di lavoro***), ben presto CREMONA s'im-

*) VERONESE, l. c.

***) Anche da altri fu fatta allora quell'osservazione sull'Opera di STAUDT, della quale soltanto più tardi si riconobbe il grande valore.

***) Nella Commemorazione, più volte citata, di VERONESE si legge:

padroni completamente anche dei metodi e delle ricerche della Scuola tedesca e dominò tutto il movimento che portava alla formazione di una nuova dottrina geometrica. Al contatto dei lavori dei grandi geometri stranieri si determinò rapidamente quella evoluzione del suo spirito verso i metodi geometrici puri, ai quali era disposto per natura *). Il che si scorge già nelle *Considerazioni di storia della Geometria* [22], pubblicate nell'occasione della traduzione del trattato di AMIOT fatta dal Novi e contenenti un notevole quadro storico di ricerche geometriche antiche e moderne (nel quale sono pure ricordati i geometri napoletani e il metodo delle equipollenze di BELLAVITIS colle sue interessanti applicazioni), e più ancora si scorge nella *Prolusione* su ricordata, in cui le principali conquiste fatte dalla Geometria nella proiettività delle forme di 1.^a, 2.^a, 3.^a specie e nelle forme che ne sono generate, vengono esposte in bell'ordine e animate da un vivissimo amore per la scienza, che fa dire al CREMONA: «... me beato se esso mi darà potenza d'infendere in voi, o giovani, quella sete di studi senza la quale nulla si fa di bello e di grande!» **).

Dal 1861 si delineò chiaramente un nuovo indirizzo nel metodo di dimostrazione e nella composizione dei lavori di CREMONA. Il quale accolse e seguì i procedimenti geometrici spogli di qualunque algoritmo e già diffusi per opera d'insigni maestri, PONCELET, CHASLES, STEINER, STAUDT; ma vi diede una impronta propria, che si esplicò e si perfezionò sempre di più negli anni successivi, caratterizzata da una singolare agilità e semplicità di dimostrazioni, da una forma limpida ed eletta e da un sentimento artistico squisito.

Della quartica di 2.^a specie [28] espose in una bella e organica trattazione le proprietà scoperte da CAYLEY, SALMON, STEINER, ed altre sue, come una costruzione lineare della curva, generalizzata poi ad una classe di curve in altro lavoro [30]; della superficie gobba di 3.^o grado fece conoscere le proprietà fondamentali [27] e più tardi (nel 1862) illustrò il caso osservato prima da CHASLES ***) e segnalatogli da CAYLEY [39]; delle sviluppabili

« Per molti anni a Bologna si alzò alla mezzanotte, dopo un brevissimo sonno, per attendere assiduamente a ricerche di scienza fino al sorgere del mattino, dopo di che ristoravasi dormendo ancora qualche poco; ed avendogli il lavoro soverchio date forti emicranie, egli, a correggere i danni dei trascurati esercizi in gioventù, volle già maturo essere nuotatore, alpinista, giuocatore di bigliardo, ciclista, e raggiunse il suo fine. Volle, fortemente volle ».

*) Nel 1872 CREMONA, nella bella e vigorosa Prefazione agli *Elementi di Geometria proiettiva*, scriveva: «... diedi maggior rilievo alle proprietà grafiche che non alle metriche; mi attenni ai procedimenti della *Geometrie der Lage* di STAUDT più spesso che a quelli della *Géométrie supérieure* di CHASLES... ».

**) Il programma ivi svolto riguarda le proprietà descrittive, ma CREMONA avverte che ciò ha fatto perchè quelle si lasciano enunciare assai facilmente, senza bisogno di ricorrere a simboli algebrici, e aggiunge che, nelle lezioni a cui prelude, avrà riguardo ancor maggiore alle relazioni metriche... e cita in appoggio alcune parole di CHASLES.

***) Cfr. nota [100] del tomo II di queste Opere (pag. 447).

di 5.^o ordine [36] (pure nel 1862) enunciò varie eleganti proprietà, dando in fine un notevole esempio di sistema nullo d'ordine superiore, che è il primo conosciuto *); e sulla cubica gobba, intorno a cui ricercò a più riprese dal 1859 al 1864 [12, 13, 17, 24, 37, 38, 41, 45, 50, 54], raccolse un'ampia messe di proprietà metriche e descrittive, di alcuna delle quali aveva già trattato analiticamente, rispetto ai punti e piani congiunti, alle specie delle coniche inscritte nella sviluppabile osculatrice e delle quadriche passanti per la cubica, alla determinazione della cubica stessa mediante punti e corde, a suoi casi particolari, specialmente a quello della cubica osculatrice al piano all'infinito, ecc.

Ma la pubblicazione nella quale CREMONA spiegò luminosamente le eminenti qualità del suo temperamento artistico ed un'ampia e profonda cultura geometrica è l'*Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane* [29], pubblicata nel 1862, tradotta poi in tedesco dal CURTZE e in boemo dal WEYR. Nel 1852 era uscito per la prima volta il celebre trattato di SALMON, che esponeva la teoria delle curve piane con metodo multiforme, ma prevalentemente analitico e in relazione alla teoria invariante delle forme algebriche. CREMONA si propose invece nel suo trattato di dimostrare tutti i risultati noti, in specie quelli importantissimi enunciati da STEINER e di aggiungerne altri nuovi coi soli mezzi della geometria pura. La qual denominazione ora si può forse osservare non essere del tutto appropriata, chè il metodo ivi seguito, sebbene proceda quasi sempre col puro ragionamento, tuttavia richiede necessariamente alcuni teoremi fondamentali algebrici, mentre il nome di geometria pura suole attribuirsi ad un organismo geometrico affatto indipendente dall'algebra (STAUDT, KÖTTER, DE PAOLIS, ...).

CREMONA pervenne infatti in detta Opera, le cui imperfezioni furono in parte corrette in un lavoro successivo [53], a dare, mediante la teoria delle curve polari che egli arricchì di nuove proprietà, una trattazione uniforme ed elegante di tutte le cognizioni allora acquisite nella Geometria proiettiva delle curve piane, in particolare del 3.^o ordine, aggiungendone molte altre, frutto delle sue ricerche, specialmente in relazione alle curve invariantive da lui chiamate HESSIANA, STEINERIANA, CAYLEYANA. Ben può dirsi che egli riuscì, con quell'Opera, allo scopo propostosi di diffondere in Italia l'amore per le speculazioni di geometria razionale!

Le teorie e i metodi dell'*Introduzione* trovarono felici applicazioni in numerosi e svariati lavori pubblicati in pochi anni (1862-65). Fra questi, oltre a quelli già ricordati e ad altri di minore importanza, sono da menzionare le due belle Memorie [55, 63] sopra la superficie di STEINER e l'ipocicloide a tre regressi, nelle quali i teoremi scoperti da STEINER, KUMMER, WEIERSTRASS, SCHRÖTER sono magistralmente collegati in semplici e ar-

*) Cf. R. STURM, *Liniengeometrie*, I, (Leipzig, 1892) pag. 78.

moniche trattazioni e accresciuti di nuove proprietà, come quelle relative al tetraedro singolare della superficie di STEINER, e a certi poligoni circoscritti all'ipocicloide.

Fra i lavori del periodo ora accennato primeggiano però, per l'importanza che ebbero nel progresso della Geometria moderna, le due Note sulle trasformazioni geometriche delle figure piane. La prima Nota [40], del 1863, oltre il concetto generale di tali trasformazioni, dà le due equazioni fondamentali a cui debbono soddisfare i numeri dei punti di eguale molteplicità comuni alle curve di un piano che corrispondono alle rette dell'altro e la effettiva costruzione, mediante curve gobbe, di quella classe particolare di dette trasformazioni che si dicono di JONQUIÈRES o *isologiche*. È giusto ricordare che JONQUIÈRES aveva già fatto di queste, nel 1859, un accenno senza dimostrazione nella lettera d'invio (*Comptes rendus*, t. 49 (1859, 2.^o semestre), p. 542), con cui accompagnava una sua memoria sulle curve gobbe rimasta inedita fino al 1864 (e poi pubblicata in riassunto nei *Nouv. Ann. de Math.*, t. III (2.^e série) e integralmente nel *Giornale di Matem.*, vol. XXIII (1.^a serie)), dichiarando però che quelle trasformazioni offrivano qualche interesse per sè, ma ne acquistavano soprattutto per l'applicazione alle curve gobbe. Tale accenno presumibilmente sfuggì al CREMONA, tanto più che non piccola parte della sua Nota era appunto destinata alla determinazione di quelle particolari trasformazioni. Così pure deve essere sfuggita al CREMONA l'osservazione di MAGNUS nella prefazione alla *Sammlung von Aufg. und Lehrs. aus der analyt. Geom.* (Berlin 1833) sulla esistenza di una trasformazione nella quale alle rette corrispondono quartiche con tre punti doppi e tre semplici, addotta, pare, ad esempio di trasformazioni ottenute colla composizione o ripetizione di trasformazioni quadratiche *); mentre nel t. 8 del giornale di CRELLE (1832), come CREMONA avverte, MAGNUS (al pari di SCHIAPARELLI) concludeva invece alle sole trasformazioni quadratiche ed omografiche come trasformazioni biunivoche fra due piani: il che fu per alcun tempo ammesso anche dal CREMONA [35]. Questi precedenti ad ogni modo non tolgono a CREMONA il grande merito di avere per primo compresa tutta l'importanza del problema di queste trasformazioni e soprattutto di averne data la soluzione completamente generale.

La seconda Nota [62], del 1864, ove sono citati JONQUIÈRES e MAGNUS, è un'aggiunta di gran valore alla prima, per lo studio della Jacobiana di una rete omaloidica e per il

*) Anche CREMONA, nella introduzione alla Nota in discorso, osserva che dalla composizione di più trasformazioni quadratiche nascono trasformazioni di ordine superiore al secondo. Il teorema inverso che ogni tale trasformazione è una composizione di trasformazioni quadratiche fu trovato più tardi quasi simultaneamente da CLIFFORD, NOETHER, ROSANES (Cfr. il lavoro di CLEBSCH citato dopo) e, in seguito ad una obiezione di SEGRE, dimostrato rigorosamente da CASTELNUOVO.

teorema dell'eguaglianza dei numeri di due soluzioni coniugate, trovato per via induttiva non del tutto completa, e dimostrato poi da CLEBSCH (*Math. Ann.*, Bd. 4) e da altri *). Ben a ragione quelle trasformazioni si chiamarono *Cremoniane* e si disse *Cremoniana* la geometria delle proprietà che rimangono per esse invariate! Il loro studio fornì nuovi mezzi e nuovi argomenti alle ricerche geometriche, come nelle involuzioni piane, nelle singolarità delle curve piane **), ecc.

Negli anni 1866-67 CREMONA, estendendo il concetto dell'*Introduzione*, pubblicò i *Preliminari di una teoria geometrica delle superficie* [70]. Quasi contemporanea fu la presentazione all'Accademia di Berlino della Memoria [79] sulle superficie del 3.^o ordine pubblicata più tardi nel Giornale di CRELLE, la quale ottenne dall'Accademia stessa metà del premio fondato da STEINER ***). Quelli e questa, riuniti ed accresciuti nella traduzione tedesca di CURTZE (1869), offrono una esposizione sistematica e sintetica della teoria proiettiva delle superficie con particolare applicazione a quelle di 3.^o ordine, fondata sulle proprietà delle superficie polari. Forse per alcuni concetti e teoremi, così nei *Preliminari* come nell'*Introduzione*, si può desiderare una più esatta determinazione †); ma il saggio ordinamento della materia, la semplicità e l'ingegnosità delle dimostrazioni e la limpidezza della forma renderanno sempre quei due trattati attraenti ed utili per i cultori della geometria.

Nella Memoria sulle superficie di 3.^o ordine è ottenuta la rappresentazione piana di una tale superficie coll'aiuto di una trasformazione birazionale (cubica) dello spazio analogo, in un certo senso, alla quadratica del piano, trasformazione già considerata da MA-

*) Nel 1873 le due Note, fuse insieme ed accresciute, furono tradotte in francese dal DEWULF (*Bullettin d. sc. mathém.*, t. 5).

**) NOETHER riferisce nel citato *Nachruf* che: « ... als im Juni 1871 von dem Verfasser dieses Aufsatzes auf die Zerlegung beliebiger Kurvensingularitäten mittels der Transformationen, etwa quadratischer, hingewiesen worden war, griff CREMONA sogleich den Gedanken voll auf. Sollte ich, bemerkte er brieflich schon unter dem 18. Juni, in deutscher Sprache, die er geläufig schrieb, in Zukunft eine neue Ausgabe meiner geometrischen Werkchen über Kurven und Flächen bearbeiten, so werde ich mich bestreben, auf die Lehre der Transformationen und auf Ihr ... Verfahren die Theorie der mehrfachen Punkte zu begründen; was so gewiss weit besser als anders gelingen wird ».

***) CREMONA ebbe nuovamente il premio STEINER, per intero e senza concorso, nel 1874, « als Anerkennung für seine ausgezeichneten geometrischen Arbeiten ».

†) Sui *Preliminari* c'è anche da osservare che, nella teoria dei *complessi simmetrici*, s'incontrano alcune deficienze rilevate nelle note [127] e seg.^a delle note dei revisori contenute nel tomo II di queste Opere (pag. 448).

GNUS e da HESSE; e ne è fatta applicazione allo studio delle curve sulla superficie *). Al che giunsero simultaneamente (come il confronto delle date facilmente dimostra) CREMONA e CLEBSCH, questi avendo invece ricavata la detta rappresentazione dalle formole che esprimono la generazione (di GRASSMANN) della superficie per tre stelle proiettive.

La rappresentazione piana della superficie di STEINER e delle superficie gobbe di 3.^o grado [71] fornì pure a CREMONA semplici mezzi per dimostrare, sulla prima superficie, il teorema trovato analiticamente da CLEBSCH, essere le asintotiche di essa quartiche gobbe generali di genere zero, e, sulla seconda, un teorema analogo nel quale però le asintotiche sono una specie particolare di dette quartiche, cioè quelle con due rette cusciatrici: la qual specie particolare, osservata dapprima da CAYLEY, fu poi oggetto di una graziosa Nota di CREMONA [75]. Così dalla rappresentazione piana delle superficie gobbe razionali con due direttrici rettilinee [77] CREMONA trasse il nuovo e notevole teorema dell'algebricità delle linee asintotiche su tali superficie, teorema dimostrato poi dal Lie (Cfr. *Mathem. Annalen*, Bd. V, p. 179) per tutte le dette superficie gobbe algebriche, cioè eliminata la restrizione della razionalità.

I precedenti lavori iniziano un altro fecondo ed importante periodo di ricerche, consacrato da CREMONA alle superficie rappresentabili sul piano e alle trasformazioni birazionali dello spazio. Sul primo argomento una Memoria classica di CLEBSCH (*Math. Ann.* Bd. 1) dava già, oltre a vari esempî, alcune proprietà generali, ed una di NOETHER (ivi, Bd. 3) presentava il teorema generale, così ricco di conseguenze, della rappresentabilità delle superficie che posseggono un fascio razionale di curve razionali; alle quali Memorie CREMONA faceva seguire le due belle Note [88, 89] sulla superficie di 4.^o ordine con conica doppia e sopra un caso particolare di essa, studiati con trasformazione quadratica dello spazio. Sull'altro argomento delle trasformazioni birazionali dello spazio, oltre la trasformazione del 2.^o ordine la cui inversa è pure del 2.^o ordine, e la trasformazione (cubica), cui si è accennato sopra, adoperata da CREMONA per la rappresentazione delle superficie di 3.^o ordine, erano già state date da CAYLEY le formole per la trasformazione di 2.^o ordine la cui inversa è del 3.^o (*Proc. of the London math. Soc.*, t. 3). Dopo ciò apparvero quasi nello stesso tempo (1871), e certo indipendentemente l'uno dall'altro, i lavori di NOETHER e CREMONA sulle trasformazioni birazionali dello spazio, particolarmente su quelle di 3.^o grado, e sulla loro applicazione alle superficie rappresentabili sul piano. Lo stesso CREMONA (Cfr. nota *) a pag. 258 del presente tomo) si compiace di tale coinci-

*) R. STURM (l. c.) nota nel procedimento di CREMONA una lacuna consistente in ciò che non risulta rigorosamente dimostrato potersi una superficie di 3.^o ordine generare con tre stelle collineari. Cfr., nelle note dei revisori del presente tomo (pag. 485), la nota [23].

denza anche in minuti particolari e tiene a dichiarare che fu invogliato a riprendere lo studio delle trasformazioni birazionali dalle belle ricerche di NOETHER pubblicate avanti.

Nei lavori di CREMONA intorno al detto argomento è fondamentale il metodo semplice ed ingegnoso, a lui dovuto, per costruire tutti i sistemi omaloidici ai quali può appartenere una data superficie omaloide; metodo consistente in un opportuno spezzamento del sistema lineare immagine delle sezioni della superficie con tutte le altre superficie omaloidi dello stesso ordine e aventi le stesse singolarità. Coll'aiuto di questo metodo CREMONA riuscì, nei lavori [91], [92], [93], a presentare molteplici e svariati esempi di trasformazioni birazionali e a dare una sorgente inesauribile di nuove e interessanti applicazioni *).

La trasformazione del 2.^o ordine, la cui inversa è del 4.^o, fu osservata per la prima volta da CREMONA, e fu da lui applicata a stabilire l'esistenza di una superficie del 4.^o ordine rappresentabile sul piano dotata di un tacnodo e tre punti doppi, primo esempio (dopo la superficie di 3.^o ordine), di superficie rappresentabili che non sono monoidi, nè dotate di linea multipla; le quali cose, accennate nei lavori citati dianzi, furono poi esposte con maggiore sviluppo in altra memoria [94]. Di quella superficie poco dopo (*Nachrichten di Göttinga*, 7 giugno 1871. Cfr. anche *Math. Ann.* Bd. 33) NOETHER fece conoscere un tipo più generale cioè con solo tacnodo, pure rappresentabile sul piano, che fu più tardi (1881) oggetto di uno studio diretto di CREMONA in una memoria [108] nei *Collectanea mathematica in memoriam DOMINICI CHELINI*.

È da ricordare ancora la memoria [96], lasciata incompiuta, nella quale CREMONA riassunse, in quella elegante veste geometrica a lui tanto familiare, i risultati generali suoi e quelli di NOETHER (non raggiungendo forse in qualche punto della dimostrazione completo rigore); ed inoltre diede tutti i casi delle trasformazioni di 2.^o ordine e parte di quelli del 3.^o, corredandoli delle formole dirette ed inverse. A questa memoria fece poi seguire un'altra applicazione delle trasformazioni birazionali dello spazio alla determinazione e rappresentazione di due superficie dotate di curve cuspidali [97].

Come a Bologna, così a Milano, CREMONA diè prova di grande attività scientifica. In vero, nel periodo ora descritto (o meglio in una parte di esso che corre circa dal 1868 al 1870), egli rivolse le sue ricerche anche ad argomenti vari e diversi dai precedenti. Tali sono la bella memoria [78] sulla classificazione delle superficie gobbe di 4.^o grado,

*) NOETHER (l. c.) scrive: « Freilich führt nicht jede abbildbare Fläche zu einer Raumtransformation; aber CREMONA hat hier eine endlose Kette von neuen eindeutigen Transformationen und von Abbildungen hergestellt, bis zu kompliziertesten und singulärsten hin, die auf keine andere Weise vorauszusehen möglich gewesen wäre: in der Tat eine unerschöpfliche Quelle (*Math. Ann.* Bd. 4). »

i lavori sulle trasformazioni birazionali delle curve [80] [81] e sugli integrali abeliani [83], e quelli sugli enneaedri di una superficie di 3.^o ordine [84], sulle linee di curvatura delle superficie razionali e particolarmente delle quadriche [86], sulle tangenti doppie di una curva di 4.^o ordine con punto doppio [90].

Le pubblicazioni del periodo suddetto sono rimarchevoli anche per ciò, che le considerazioni analitiche vi sono poste esplicitamente a base della trattazione geometrica e talvolta usate metodicamente. CREMONA, che aveva avuto una educazione esclusivamente analitica e che poi aveva sentita fortissima attrazione per la geometria pura, non tardò ad accorgersi che le due forze dovevano essere associate, ed egli le associò difatti nel lavoro di ricerca, pur prediligendo d'ordinario nella redazione la forma sintetica. Fino dal 1864, al CLEBSCH, col quale ebbe amichevoli relazioni, scriveva: « Io sono pienamente convinto circa la mutua assistenza che l'analisi e la sintesi si prestano nella geometria » *).

Oltre al lavoro [108] dei *Collectanea* già menzionato (1881), a due brevi Note [112], [113] sopra trasformazioni di 6.^o ordine le cui inverse sono del 4.^o e del 5.^o (1884) e ad una semplice deduzione [111] della superficie reciproca di una superficie cubica generale dalla sua rappresentazione piana (1885), CREMONA nulla aggiunse più sulle trasformazioni birazionali e sulla rappresentazione delle superficie sopra un piano; cosicchè si può dire che le sue ricerche in questo campo terminarono nel 1873, all'epoca del suo trasferimento a Roma. Ove le occupazioni per ricostituire la Scuola degli Ingegneri, la vita politica e più tardi l'incerta salute rallentarono la sua produzione scientifica: la quale tuttavia si aggirò intorno a svariati argomenti e continuò a spiccare per quei pregi di lucidità, eleganza e felice coordinamento, che dominano in tutti i suoi lavori. Dalla rappresentazione di NOETHER e LIE di un complesso lineare nello spazio ordinario, egli concluse la teoria dei sistemi di rette di 2.^o grado mediante note proprietà delle superficie di 3.^o ordine o di quelle di 4.^o ordine con conica doppia [101], nel qual lavoro accennò espressamente a considerazioni di geometria iperspaziale; da un intimo studio della configurazione di 15 rette di una superficie di 3.^o ordine con punto doppio, dedusse, in modo semplice e intuitivo, i teoremi antichi e nuovi dimostrati da VERONESE sull'esagramma di PASCAL con considerazioni di triangoli omologici [103]; dalla determinazione di particolari esaedri polari rispetto ad una superficie cubica generale trasse la trasformazione della sua equazione a somma di sei cubi e la costruzione del pentaedro di SYLVESTER [104], giungendo così a risolvere una questione posta da CLEBSCH (Cfr. *Math. Ann.*, Bd. VII, p. 17), cioè a trovare una semplice connessione fra quel pentaedro e le 27 rette della superficie; e infine estese, non solo allo spazio ordinario, ma all'iperspazio, alcuni risultati di WEYR

*) VERONESE, l. c.

e DARBOUX relativi a curve piane di ordine n passanti per tutti i punti d'intersezione di $n+1$ tangenti di una conica [106].

Col lavoro, ricordato innanzi, sulla superficie reciproca di una superficie cubica (1885), CREMONA cessò le pubblicazioni scientifiche *); ma la Scuola geometrica italiana, a cui egli aveva dato origine e vital nutrimento, continuò sicura nell'avviato cammino, e, pur allargando l'oggetto e l'indirizzo delle ricerche e accogliendo varietà di metodi, serbò inalterato il gusto di quel metodo geometrico puro al quale l'aveva educata il grande Maestro.

Nè cessarono mai in CREMONA l'interesse e l'amore vivissimi per la scienza. Già, fino dai primi anni del suo soggiorno in Roma, aveva riconosciuto che l'ambiente politico e le nuove occupazioni male si conciliavano coi suoi prediletti studi. Nel 1877 aveva quasi acconsentito alle istanze dei Prof. BETTI e DINI di trasferirsi a Pisa (e pare ne sia stato trattenuto dalle vive premure del SELLA e anche dall'aver potuto sostituire, come si è detto addietro (pag. VIII), l'insegnamento di Matematiche superiori a quello di Statica); e allora ad un suo allievo, che in qualche modo contribuiva a detto trasferimento, scriveva di essergli grato « che si fosse prestato ad aiutare il suo ritorno alla scienza pura ».

Anche nel non breve periodo delle sue sofferenze fisiche CREMONA non tralasciò mai di seguire il movimento scientifico. Al Prof. SEGRE, che fu a visitarlo nel suo studio cinque giorni prima che si spegnesse, quando ancora non si era manifestata l'ultima crisi, parlò del *Tagebuch* di GAUSS pubblicato dal KLEIN e disse parergli strano che GAUSS non avesse pubblicate tante belle scoperte. Avendogli il SEGRE accennato che nell'8.º volume delle Opere di GAUSS erano molte cose attribuite ad altri scienziati e in particolare la pseudosfera **), CREMONA, preso il volume e verificata la cosa, ne mostrò meraviglia e soggiunse che gli era sfuggita, quantunque avesse sfogliato con tutta cura il volume stesso!

CREMONA ebbe per l'insegnamento e per la diffusione delle idee geometriche amore non meno vivo di quello della scienza. I suoi numerosi corsi di Geometria superiore toccarono sempre gli ultimi e più notevoli progressi. Ad es., nel 1865-66, trattò delle curve piane di 3.º ordine e delle superficie cubiche; nel 1868-69, degli integrali abeliani secondo il libro di CLEBSCH e GORDAN (onde ebbe occasione ai lavori di argomento analogo accennati avanti); nel 1870-71, delle superficie rappresentabili sul piano e specialmente del

*) Nel 1900 compose la bella Commemorazione [114] di BELTRAMI, col quale aveva avuto lunga e fraterna amicizia.

***) A pag. 265 del vol. 8.º delle *Werke* di GAUSS si accenna prima a superficie di rotazione applicabili, poi in particolare a quella che ha per meridiano la trattrice e che GAUSS chiama *Gegenstück der Kugel*.

teorema di NOETHER già ricordato (*Math. Ann.* Bd. 3); nel 1873-74, delle trasformazioni Cremoniane nel piano e nello spazio: nel 1874-75, della geometria della retta: negli ultimi anni, dei gruppi continui di LIE.

Sono pure da menzionare i corsi di Geometria descrittiva a Bologna e di Statica grafica a Milano. Nel primo CREMONA introdusse vari perfezionamenti, precorrendo a quelli introdotti in seguito, specialmente dal FIEDLER; di che diede anche un saggio nella Nota di prospettiva [69] pubblicata col pseudonimo di MARCO UGLIENI. Nel secondo seguì le idee di CULMANN e vi portò notevole contributo. Ne derivarono il bell'opuscolo *Elementi di Calcolo grafico* (Torino, 1874), tradotto in tedesco ed inglese e la pregevole Memoria [98], tradotta in francese, tedesco ed inglese, fondata sul concetto utile ed ingegnoso di considerare i diagrammi reciproci della Statica grafica come proiezioni di due poliedri reciproci in un sistema nullo.

Le doti di CREMONA come insegnante erano la chiarezza, la precisione, l'ordine, l'arte di presentare cose difficili in forma semplice e piana, e la dizione eletta. La sua lezione, preparata con grande cura, era sempre calma, la sua parola meditata e misurata, ma facile ed incisiva, ed il suo insegnamento non solo penetrava con vigore nella mente dello scolaro e ne accendeva l'amore alle verità geometriche, ma ispirava nobili ed alte idealità.

Larga e benefica influenza ebbe anche CREMONA nell'ordinamento e nei programmi delle scuole secondarie italiane. Per esse, specie per gli studi tecnici, pubblicò (dal 1866 al 1868) la traduzione degli *Elementi di Matematica* del BALTZER *); e con BETTI e BRIO-SCHI propugnò e difese **) l'adozione per le scuole classiche del metodo euclideo. A lui si deve l'introduzione dell'insegnamento della Geometria proiettiva, dapprima negli Istituti tecnici (1871), poscia nel 1.º anno delle Università (1876). Appunto per uso degli

*) Questa traduzione evoca il ricordo di DOMENICO PIANI, segretario perpetuo dell'Accademia delle Scienze di Bologna, uomo dottissimo, che ricevette CREMONA al suo primo giungere a Bologna. « a braccia aperte », e gli fu sempre amico devoto ed affezionatissimo. Nella lettera (del 26 novembre 1870) che CREMONA scrisse al Presidente della suddetta Accademia (Mem. dell'Acc. stessa, serie 3.^a, tomo I (1871), pp. 40-41), dopo la morte del PIANI e in occasione della sua commemorazione, lettera tutta dedicata a lodare le virtù, la modestia e la coltura dell'estinto, si legge: « Vorrei dire, se avessi l'arte della parola, quanto l'amicizia di PIANI mi sia stata profittevole e benefica. L'inesauribile bontà di quell'uomo lo traeva naturalmente a porre tutto il suo ingegno e la vasta sua erudizione a servizio degli amici: io non ebbi mai ricorso a lui invano. Per soddisfare chi gli moveva alcuna domanda scientifica egli non rifuggiva dal consumare intere giornate compulsando i propri scritti o rovistando gli scaffali delle biblioteche. Principalmente mi avvantaggiai della paziente e dottissima sua assistenza nell'edizione italiana che io feci degli *Elemente der Mathematik* del BALTZER.

**) Cfr. Queste Opere, n. 82.

Istituti tecnici pubblicò gli ottimi *Elementi di Geometria proiettiva*, tradotti in francese, tedesco ed inglese, nei quali seguì un metodo misto per dare, come egli stesso si esprime, un libro assolutamente elementare e tecnico.

Il forte ingegno, l'integrità del carattere e l'estesa coltura, anche in argomenti estranei alla Matematica, fecero apprezzare assai l'opera di CREMONA nella cosa pubblica nella quale ebbe molti e svariati uffici, come quello di Commissario governativo per riordinare la Biblioteca Vittorio Emanuele di Roma (1880-81) e l'altro di presiedere le Commissioni d'inchiesta sulle costruzioni governative di Roma e sui muraglioni del Tevere (1900).

Nel 1879 fu nominato Senatore e nella Camera vitalizia, di cui fu anche Vice-presidente, acquistò presto grande autorità e vi spiegò in più occasioni azione efficace ed importante. Il Presidente SARACCO, nella commemorazione di CREMONA che pronunciò in Senato il 12 giugno 1903, disse di lui, riferendosi ai due anni (1897, 1898) nei quali sostituì il Presidente FARINI malato, che aveva diretto i lavori del Senato « con grande abilità congiunta ad eguale temperanza » *).

Memorabile è il controprogetto di legge sulla Istruzione superiore, che ottenne (1887) l'approvazione del Senato e a cui CREMONA aveva atteso con grande impegno e con fiducia di attuazione pur troppo delusa dalle vicende parlamentari. È pure da notare, fra le numerose relazioni che egli ebbe a redigere nell'ufficio di Senatore, quella che compilò poche settimane prima di morire, oppugnando, con vigorosa argomentazione e colla consueta lucidità e sicurezza, il progetto di una distribuzione delle sezioni degli Istituti tecnici e di alcune Scuole superiori fra i due Ministeri di Agricoltura e d'Istruzione.

Nel 1873 G. FINALI, Ministro di Agricoltura, che aveva fatto parte col CREMONA della Commissione d'inchiesta sulla Istruzione classica e che, durante tale inchiesta, aveva acquistato di lui altissima stima, gli offerse il posto di Segretario generale nel proprio Ministero. Il CREMONA dapprima accettò, ma poi si decise a rinunciare, anche per le sollecitazioni del Ministro dell'Istruzione pubblica, SCIALOIA, che desiderava conservarlo all'insegnamento e che lo nominò direttore della Scuola degli Ingegneri di Roma. Altro invito ebbe nel 1881 dal SELLA, incaricato di succedere a BENEDETTO CAIROLI, per assumere il portafoglio della Istruzione pubblica, invito che il CREMONA, amico personale e politico del CAIROLI, rifiutò con una nobilissima lettera **). Accettò questo invito dal DI RUDINI: ma fu ministro per pochi giorni (dall'1 al 29 giugno 1898), onde furono frustrate le speranze, universalmente concepite, che egli avesse a dare un indirizzo serio ed elevato alle cose dell'Istruzione.

*) BERZOLARI, l. c.

***) Merita di essere qui riportata (VERONESE, l. c.):

CREMONA appartenne pure per moltissimi anni al Consiglio superiore della pubblica istruzione e ne fu anzi per alcun tempo Vice-presidente. Socio delle più illustri Accademie italiane ed estere, dottore *honoris causa* di Dublino, di Edimburgo e di Christiania, Cavaliere dell'ordine civile di Savoia, cgli fu nel maggio del 1903, insignito, dall'Imperatore di Germania, per mezzo di un inviato speciale, dell'ordine *Pour le mérite*, conferito a pochissimi in Italia.

Il carattere di CREMONA è scolpito in queste poche parole *): « Uomo integro, rigido, ebbe forte il sentimento del dovere e per sè e per gli altri. Si potè dissentirne in qualche giudizio su persone o cose, ma non mai misconoscerne la buona fede. Entrandogli in familiarità si osservavano in lui impeti di espansiva ammirazione o di sdegnoso disprezzo, che rivelavano una natura ricca di sensibilità, avida del bello, insofferente di ogni meschinità. » Nè mai mutarono queste sue qualità colle circostanze o cogli anni: CREMONA fu sempre lo stesso in ogni momento della sua vita privata e pubblica **). Ai discepoli

Roma, 19 - 5 - 81.

Carissimo amico,

Tu mi facesti un'offerta, che mi resterà come uno dei più preziosi ricordi della mia vita. L'essere da te stimato capace di venirti in aiuto nella difficile impresa a cui ti sei sobbarcato è per me altamente onorevole e lusinghiero.

Ma potrei io darti un aiuto efficace? aggiungerci io forza al tuo Ministero? Non lo credo. Ad ogni modo le mie opinioni e i miei precedenti politici mi vietano di pormi contro i caduti, associandomi ai successori.

Perdona, illustre amico, se ti mando per iscritto una risposta diversa da quella che tu, per tua benevolenza, mostrasti desiderare che io ti portassi a voce. Se ricuso l'alto onore non è per cagion tua, ma della situazione, la quale m'impone dei doveri che tu certamente vorrai apprezzare, pur non approvandoli.

Confido che mi resterà intera la tua amicizia, come io sarò sempre

Tutto tuo L. CREMONA.

*) D'OVIDIO, *Cenno necrologico* (*Atti della R. acc. delle Sc. di Torino*, vol. XXXVIII (1903)).

**) Valgano, a conferma delle precedenti affermazioni, anche le due lettere seguenti, poco conosciute, che il CREMONA pubblicò e diffuse soltanto fra scolari e colleghi: la prima indirizzata al Reggente della Università di Bologna, la seconda al Preside della Facoltà matematica della Università stessa.

Illustrissimo Signore;

In risposta all'invito che V. S. mi ha indirizzato, in data 10 aprile corrente, di presentare non più tardi del 20 dello stesso mese i temi per gli esami speciali, ho l'onore di trasmetterle i programmi d'esame per la geometria descrittiva e per la meccanica razionale: le due scienze che in quest'anno ho l'incarico d'insegnare. Mi è sembrato opportuno stampare (a mie spese) questi programmi e per comodo degli studenti e perchè, in quanto dipenda da me, non resti lettera morta il prescritto dal regolamento universitario.

suoi non risparmiava aperti e severi rimproveri per qualche impazienza nella carriera, o per qualche sosta o lentezza nel lavorare, o per qualche trascuratezza nella redazione delle loro pubblicazioni, ma insieme li eccitava e li incoraggiava fortemente e degnamente, dando loro affettuosi consigli e validi aiuti.

Riteneva giustamente che una redazione ben fatta non poco contribuisse al successo

Nello stesso tempo non posso tacere che mi sale il rossore al viso pensando al giudizio che gli intelligenti faranno di questi programmi sì meschini e incompleti, ne' quali invano si cercherebbero molti degli argomenti strettamente necessari per gli scopi dell'istruzione superiore. Ma di chi la colpa? ... Non mia, di certo. Le persone ragionevoli si persuaderanno forse che con tre lezioni per settimana, con frequentissime e lunghissime vacanze imposte ai professori, e con giovani che pur troppo mancano in gran parte delle cognizioni precedenti, non si fanno miracoli. Cid sia detto in quanto alle lezioni già fatte, al tempo già trascorso. Nell'adattare poi i programmi alle materie non ancora esposte nella scuola, ho dovuto procedere a lume di naso; imperocchè, non avendo la nostra università alcuna sorta di calendario scolastico, nè essendo io bene esperto di tutte le vecchie abitudini locali, non saprei fare una giusta stima delle lezioni che ci saranno permesse prima che incomincino gli esami. Sul quale proposito io m'ero immaginato che convenisse interrogare per iscritto l'Autorità; ma V. S. non si è compiaciuta rispondermi altrimenti che col farmi dire da un bidello, *consultassi il regolamento*. Risposta per me incomprendibile, dacchè, a quanto io so, il regolamento non autorizzi venti giorni di vacanza a natale, nè due settimane a carnevale ed altrettante a pasqua, nè in seguito le ferie della madonna di S. Luca o delle rogazioni, e non so che altro.

V. S. non mi reputerà, spero, troppo indiscreto se, vedendomi da più anni preclusa la via a fare intero il mio dovere e a dare ai miei scolari quell'istruzione che le condizioni del nostro tempo esigono, muovo lamento per un tale stato di cose, e oso dirle, senza reticenze e col cuore in mano, che la gioventù generosa ma inesperta e incauta ha bisogno di ricevere saggi e non paurosi consigli, e d'essere ammonita dall'Autorità, il rispetto alle leggi e la diligenza negli studi essere mezzi assolutamente necessari per divenire buoni cittadini in un paese libero.

Ho l'onore di riverirla distintamente.

Bologna, 19 aprile 1865.

LUIGI CREMONA

Prof. di geometria superiore nella r. Università.

Ill.mo Signor Preside della Facoltà Matematica;

Bologna, 17 aprile 1866.

Ho ricevuto una copia stampata della *Relazione letta ed approvata dalla Facoltà Matematica nell'adunanza del 7 febbraio 1866, sulla convenienza ed opportunità di conservare e completare presso la R. Università di Bologna la Scuola d'applicazione degli ingegneri*. Ignoro se questa pubblicazione, avente carattere ufficiale, sia stata autorizzata dalla Facoltà; certo è che io non fui invitato a dare il mio voto in proposito. Ma comunque stia la cosa, siccome la *Relazione* è stata divulgata per le stampe, mi veggio costretto a denunziare con pari pubblicità che, allorchando fu discussa questa faccenda fra noi, io dissentii apertamente, come dissento tuttora, dal maggior numero de' miei colleghi, sì rispetto all'opportunità della petizione che si voleva

di una memoria scientifica. Ad un discepolo scrisse (nel 1871): « . . . Scusate se vi parlo senza cerimonie, ma lo faccio perchè vi voglio bene e perchè desidero che non vi avveziate a trascurare la forma. La forma, se italiana, accurata, chiara, può raddoppiare il pregio di un lavoro scientifico e certamente moltiplica il numero dei lettori. Il che non vuol mica dire che si debba essere prolissi: no; un lavoro può essere chiaro e ben redatto, anche se contenga i soli enunciati; mentre un altro lavoro può riuscire pesante, oscuro, intralciato, inelegante, anche se non vi sia omessa alcuna dimostrazione. »

Egli infatti pubblicò lavori che si leggono sempre con vero godimento intellettuale, e che fanno amare gli studi geometrici; e il suo nome, onore e vanto della nuova Italia, rimarrà imperituro nella storia della Geometria, fra i sommi del suo tempo, non solo per la profondità e l'importanza delle sue ricerche, ma per la genialità dei concetti e della forma, e per la elegante struttura delle sue pubblicazioni.

E. BERTINI.

fare al Governo, come anche in riguardo alla giustezza dei concetti ed alla verità dei fatti messi in campo per avvalorare la petizione medesima. Debbo insomma protestare che io non sono di coloro che hanno approvata questa *Relazione*.

Nella quale trovo anche asserito che il Sig. prof. F. . . . L. . . . insegna, con molte altre cose, la geometria descrittiva e le applicazioni di essa. Non dissimulo il mio stupore a siffatta novella; chè, se l'avessi saputa prima, già avrei cercato di sciogliermi dal grave carico, che da più anni mi è stato addossato, di dare lezioni della medesima scienza. Tuttavia, ci si potrà riparare in avvenire; per la qual cosa mi rivolgo a V. S. affinchè la Facoltà e la Reggenza impetrino che il Ministro della p. i. mi esima dall'insegnamento della geometria descrittiva; dietro il riflesso, le mie fatiche essere in ciò divenute inutili, dacchè la Facoltà ha riconosciuto che vi provvede abbastanza l'opera del Sig. L. . . .

Ho l'onore di riverirla distintamente.

LUIGI CREMONA

prof. ord. di geometria superiore ed incaricato della geometria descrittiva.

Ricordiamo pure che, in occasione di disordini avvenuti alla Università di Roma e di provvedimenti severi presi dal Rettore, essendo corsa la voce che questi avrebbe poi presentate le dimissioni, CREMONA scrisse al Rettore stesso, che si augurava che quella voce non fosse vera, perchè quelle dimissioni, di fronte ai clamori ed alle imposizioni della piazza, parevano a lui niente altro che la definitiva abdicazione di ogni potestà accademica (dalle *Parole del Prof. G. SEMERARO* in *Onoranze* citate (Cfr. nota **) a pag. V).